Дискретная математика

Множества:

* Введение
* Операции
* Мощность множества
* Отображение

Введение

Множество – это совокупность объектов по определенному принципу. Они делятся на бесконечные, которые нельзя сосчитать (пример множество чисел) и конечные, которые можно подсчитать (пример множество простых чисел до миллиона). Далее будет говориться о конечных множествах.

A = {2, 3, 5, 7, 11, 13} – задание множества

2 ∈ A – знак ∈ обозначает, что объект принадлежит, т.е. состоит в этом множестве

2 ∉ A – знак ∉ обозначает, что объект не принадлежит, т.е. не состоит в этом множестве

A = {1, 2, 4, 5}

B = {4, 5, 2, 1}

A = B, поскольку множества не упорядочены

Можно также сказать, что одно множество принадлежит другому:

A ⊂ B, читается как A является не строгим подмножеством к B. Не строгим так как они могут быть равны, если нужно строгое, то это обговаривается заранее.

Пустое множество:

E = ∅

Операции

Объединение позволяет, получит множество с элементами других множество:

{2, 4, 6} ∪ {1, 3, 5} = {1, 2, 3, 5, 6}

Пересечение позволяет, получить множества состоящих из одинаковых элементов множеств:

{2, 3, 5, 7, 11} ∩ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} = {2, 3, 5, 7}

Пересечение и объединение – коммутативные операции, а операция разность уже не коммутативна:

A = {1, 4, 5, 6, 7}

B = {1, 3, 4, 5}

A \ B = {6, 7}, разность равна множеству, в котором есть элементы из A, которых нет в B.

Операция симметричной разности:

A △ B = (A \ B) ∪ (B \ A)

Симметричная разность равна множеству, в котором есть множества, которые принадлежат только одному множеству.

A = {1, 4, 5, 6, 7}

B = {1, 3, 4, 5}

A △ B = {3, 6, 7}

*Универсальное множество* – это множество в фиксированной ситуации, которому принадлежат все остальные множества.

Операция дополнения – это разность универсального множества и его подмножества A. Формула:

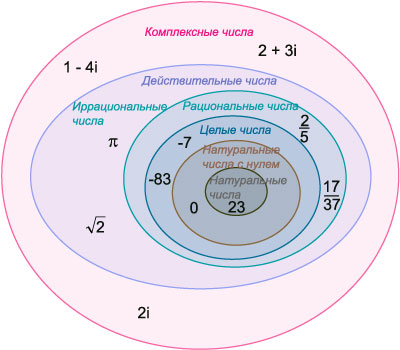
Ā = U \ A дополнительное множество обозначается буквой с верхним подчеркиванием или c буков C сначала.

Множества чисел

В математике уже заранее обговорены некоторые множества:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| N | {1, 2, 3…} | Множеств натуральных чисел |
| Z | {…, -1, 0, 1, …} | Множеств целочисленных чисел |
| Q | { x ∣ x = a / b, a ∈ Z, b ∈ Z, b≠0} | Множеств рациональных чисел |
| I | {R \ Q} | Множеств иррациональных чисел |
| R | {Q ∪ I} | Множеств действительных чисел |
| С | {x + iy ∣ x ∈ R iy ∈ R} | Множеств комплексных чисел |

Отношения между данными множества – N ⊂ Z ⊂ Q ⊂ R ⊂ C



Мощность множеств

Допустим нам нужно сравнить два множества, но понятие больше, меньше и равно у бесконечностей очень расплывчато. Для таких случаев применяется мощность.

*Мощность* – это инструмент количественного сравнения бесконечных множеств. Это осуществляется через эквивалентность одного элемента множества, к элементу сравниваемого множеству.

Примером для бесконечных множеств может быть множество четных и не четных. Они будут равны, так как на каждое четное число приходится не четное число.

Более понятный пример: на остановке есть множество людей и приезжает автобус с множеством мест. У обоих множеств нам неизвестны размеры.

Впустим людей, если на остановке не останется людей и мест в автобусе то множества равны. Если на остановке останутся люди и не останется мест, то множество людей больше множества людей и обратный случай.

Булева алгебра:

* Введение
* Базовые операции
* Логика предикатов

Введение

Булева алгебра занимается изучением логических конструкций. Она основывается на утверждении, которое может быть ложным или верным.

Обычно 0 обозначает ложь, а 1 правду. С этими утверждениями и выполняются логические операции.

Отрицание или инверсия обозначается верхним подчеркиваем или ¬:

¬0 = 1

¬1 = 0

Этот оператор, имеющий один операнд, возвращает противоположное операнду значение. Кроме того это можно записать в виде таблице:

|  |  |
| --- | --- |
| A | ¬A |
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

Конъюнкцией вернет 1 только если A и B верны:

A & B

Таблица:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | A & B |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Дизъюнкция вернет 1, если хотя бы A или B верные выражения:

A ∨ B

Таблица:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | A ∨ B |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Импликация или логическое следование вернет 0, только когда A – верно, а B – ложно:

A → B

Таблица:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | A → B |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Для его понятий рассмотрим пример с выбрасыванием мусора. Вам поступает задача вынести мусор. Необходимость вынести мусор будет A, а выполнили мы ее будет B.

В случае если A – ложно, то вернется 1, т.к. нам неважно вынесли ли мы этот мусор. А если A – верно, то нам важно чтоб мы вынесли мусор, т.е. B должно быть равно 1, в противном случае вернется 0.

Эквивалентность вернет 1, если оба операнда 1 или 0:

A ≡ B

Таблица:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| A | B | A ≡ B |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Это были все базовые операции, но благодаря только дизъюнкции и инверсии или конъюнкции и инверсии можно выразить все остальное остальные операции:

A&B = ¬ (¬A ∨ ¬B)

A≡B = (A → B) & (B → A)

A → B = ¬A ∨ B

Тождественно верной называется формула, которая всегда вернет только одно значение, к примеру:

A ∨ ¬ A = 1

Она вернет всегда 1, а вот обратная формула:

A & ¬ A = 0